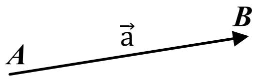
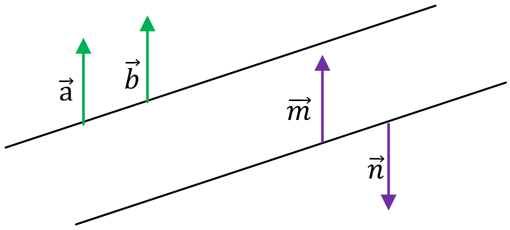
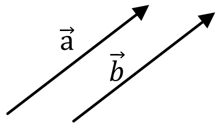
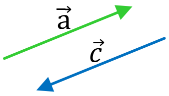
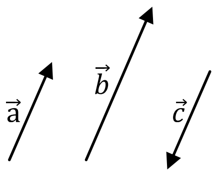
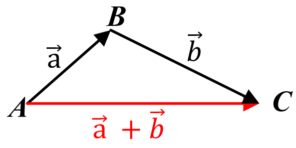
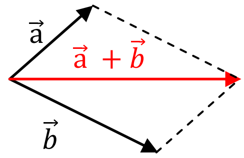
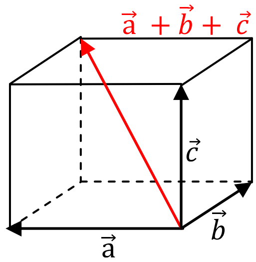
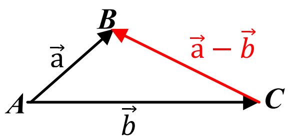
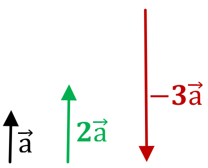
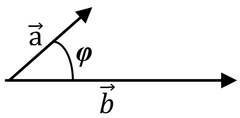
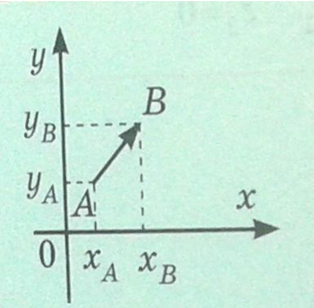
Векторы

	**Вектор** – направленный отрезок. $\overrightarrow{AB}$, $\vec{a}$ - вектор (*A* – начало вектора, *B* – конец вектора).
	Длина вектора (модуль, абсолютная величина вектора) – длина отрезка, изображающего вектор. $\lvert\overrightarrow{AB}\rvert$, $\lvert\vec{a}\rvert$, *a* – модуль вектора.
	**Сонаправленные (противоположно направленные) векторы** – векторы, лежащие в сонаправленных (противоположно направленных) лучах. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ – сонаправленные; $\vec{m}$ и $\vec{n}$ - противоположно направленные.
	**Равные векторы** – два вектора, которые сонаправленные и имеют одинаковую длину. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ – равны. $\vec{a} = \vec{b}$.
	**Противоположные векторы** – два вектора, противоположно направленные и имеющие одинаковую длину. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{c}$ – противоположные. $\vec{a} = - \vec{c}$.
	**Коллинеарные векторы (ненулевые)** – ненулевые векторы, лежащие на одной прямой или на параллельных прямых.

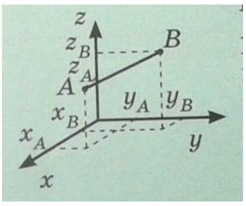
Сумма векторов

Правило треугольника	 $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$
Правило параллелограмма	
Правило параллелепипеда	
Свойства суммы векторов $\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$ $(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}=\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})$ $\vec{a}+\vec{0}=\vec{a}$ $\vec{a}+(-\vec{a})=\vec{0}$	**Разность векторов**  $\vec{a}-\vec{a}=\vec{0}$ $\vec{a}-\vec{0}=\vec{a}$ $\vec{0}-\vec{a}=-\vec{a}$ $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CB}$
Умножение вектора на число $\lambda\vec{a}$ означает, что $\lvert\lambda\vec{a}\rvert=\lvert\lambda\rvert\cdot\lvert\vec{a}\rvert$ и векторы $\lambda\vec{a}$ и $\vec{a}$ **сонаправлены, если $\lambda>0$;** векторы $\lambda\vec{a}$ и $\vec{a}$ **противоположно направлены, если $\lambda<0$;**  $(\lambda\mu)\vec{a}=\lambda(\mu\vec{a})$ $(\lambda+\mu)\vec{a}=\lambda\vec{a}+\mu\vec{a}$ $\lambda(\vec{a}+\vec{b})=\lambda\vec{a}+\lambda\vec{b}$ $0\cdot\vec{a}=\lambda\cdot\vec{0}=\vec{0}$	**Скалярное произведение векторов** $\vec{a}\cdot\vec{b}=\lvert\vec{a}\rvert\cdot\lvert\vec{b}\rvert\cdot\cos\varphi$  $\vec{0}-\vec{a}=-\vec{a}$ **Свойства скалярного произведения** $\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{a}$ $\vec{a}\cdot\vec{a}=\vec{a}^2=\lvert\vec{a}\rvert^2$ $\vec{a}\cdot(\vec{b}+\vec{c})=\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{a}\cdot\vec{c}$ $(\lambda\vec{a})\cdot\vec{b}=\lambda(\vec{a}\cdot\vec{b})$
Условие коллинеарности векторов Если $\vec{a}$ и $\vec{b}$ коллинеарны, то $\vec{b}=\lambda\vec{a}$ Если $\vec{b}=\lambda\vec{a}$, то $\vec{a}$ и $\vec{b}$ коллинеарны.	**Условие ортогональности векторов** Если $\vec{a}\perp\vec{b}$, то $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$ Если $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$ и $\overline{\vec{a}\neq 0,\vec{b}\neq\vec{0}}$, то $\vec{a}\perp\vec{b}$

Координаты вектора

<table>
<tr><th>ПЛАНИМЕТРИЯ</th><th>СТЕРЕОМЕТРИЯ</th></tr>
<tr><th colspan="2">Координаты вектора</th></tr>
<tr><td>


Координатами вектора $\overrightarrow{AB}$ с началом в точке $A(x_A; y_A)$ и концом в точке $B(x_B; y_B)$ называют числа $x_B - x_A; y_B - y_A$.

$\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}\ \{\boldsymbol{x_B - x_A; y_B - y_A}\}$
</td><td>


Координатами вектора $\overrightarrow{AB}$ с началом в точке $A(x_A; y_A; z_A)$ и концом в точке $B(x_B; y_B; z_B)$ называют числа $x_B - x_A; y_B - y_A;\ z_B - z_A$.

$\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}\ \{\boldsymbol{x_B - x_A; y_B - y_A;\ z_B - z_A}\}$
</td></tr>
<tr><th colspan="2">Длина вектора</th></tr>
<tr><td>Если $\vec{a}\{x; y\}$, то $|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2}$.</td><td>Если $\vec{a}\{x; y; z\}$, то $|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.</td></tr>
<tr><th colspan="2">Условие равенства векторов</th></tr>
<tr><td>$\vec{a}\ \{x_1; y_1\} = \ \vec{b}\{x_2; y_2\}$ тогда и только тогда,

когда $\begin{cases} x_1 = x_2, \\ y_1 = y_2. \end{cases}$</td><td>$\vec{a}\ \{x_1; y_1; z_1\} = \ \vec{b}\{x_2; y_2; z_2\}$ тогда и только тогда,

когда $\begin{cases} x_1 = x_2, \\ y_1 = y_2, \\ z_1 = z_2. \end{cases}$</td></tr>
<tr><th colspan="2">Сумма и разность двух векторов</th></tr>
<tr><td>Если $\vec{a}\ \{x_1; y_1\}, \vec{b}\ \{x_2; y_2\}$,
то $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}\{x_1 + x_2; y_1 + y_2\}$;
$\vec{a} - \vec{b} = \vec{c}\{x_1 - x_2; y_1 - y_2\}$;</td><td>Если $\vec{a}\ \{x_1; y_1; z_1\}, \vec{b}\ \{x_2; y_2; z_2\}$,
то $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}\{x_1 + x_2; y_1 + y_2; z_1 + z_2\}$;
$\vec{a} - \vec{b} = \vec{c}\{x_1 - x_2; y_1 - y_2; z_1 - z_2\}$;</td></tr>
<tr><th colspan="2">Умножение вектора на число</th></tr>
<tr><td>Если $\vec{a}\ \{x_1; y_1\}$, то $\lambda\vec{a} = \vec{b}\{\lambda x_1; \lambda y_1\}$.</td><td>Если $\vec{a}\ \{x_1; y_1; z_1\}$, то $\lambda\vec{a} = \vec{b}\{\lambda x_1; \lambda y_1; \lambda z_1\}$.</td></tr>
<tr><th colspan="2">Условие коллинеарности векторов</th></tr>
<tr><td>$\vec{a}\ \{x_1; y_1\}$ и $\vec{b}\{x_2; y_2\}$ коллинеарны тогда и только тогда, когда $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2}$.</td><td>$\vec{a}\ \{x_1; y_1; z_1\}$ и $\vec{b}\{x_2; y_2; z_2\}$ коллинеарны тогда и только тогда, когда $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2}$.</td></tr>
<tr><th colspan="2">Скалярное произведение двух векторов</th></tr>
<tr><td>Если $\vec{a}\ \{x_1; y_1\}$ и $\vec{b}\{x_2; y_2\}$, то
$\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2$.
$\cos\phi = \frac{x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2}{\sqrt{x_1{}^2 + y_1{}^2} \cdot \sqrt{x_2{}^2 + y_2{}^2}}$</td><td>Если $\vec{a}\ \{x_1; y_1; z_1\}$ и $\vec{b}\{x_2; y_2; z_2\}$, то
$\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 +\ z_1 \cdot z_2$.
$\cos\phi = \frac{x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2}{\sqrt{x_1{}^2 + y_1{}^2 + z_1{}^2} \cdot \sqrt{x_2{}^2 + y_2{}^2 + z_2{}^2}}$</td></tr>
<tr><th colspan="2">Условия ортогональности векторов</th></tr>
<tr><td>Ненулевые векторы $\vec{a}\ \{x_1; y_1\}$ и $\vec{b}\{x_2; y_2\}$, ортогональны тогда и только тогда, когда
$x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 = 0$</td><td>Ненулевые векторы $\vec{a}\ \{x_1; y_1; z_1\}$ и $\vec{b}\{x_2; y_2; z_2\}$, ортогональны тогда и только тогда, когда
$x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 +\ z_1 \cdot z_2 = 0$</td></tr>
</table>